Physique générale : thermodynamique (PHYS-106(a))
Examen 2023

1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
0	0	0	0	0	0	0

Cahier de réponses

Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve

Instructions :

- Vérifier que votre nom et numéro sciper sont corrects
- Le cahier ne doit pas être dégrafé, les pages ne doivent pas être séparées. Les brouillons ne seront pas ramassés. Seul le cahier de réponses est corrigé
- **Ne pas ajouter de feuilles sur papier libre. Elles ne seront pas scannées et donc pas corrigées**
- Des cadres libres ont été ajoutés à la fin des exercices et du feuillet, en cas de nécessité
- **Le ramassage des copies (cahier et énoncé) se fait <u>uniquement</u> à la table, même pour les départs anticipés**
- Seul document autorisé: un formulaire manuscrit A4 recto/verso. Pas de calculatrice. Pas de téléphone.
- L'énoncé de l'examen comporte 8 pages avec 3 exercices, numérotés de 1 à 3.Le cahier de réponses comporte 20 pages. Le nombre de points maximum pour cet examen est de 50 points + 3 points de bonus.
- Dans tous les problèmes, sauf indication contraire, les résultats sont à exprimer en fonction des données fournies et des constantes physiques connues. Chaque réponse doit être justifiée dans le cadre prévu à cet effet.
- Beaucoup des questions sont conceptuelles ou bien nécessitent très peu de calculs et sont indépendantes les unes des autres. On pourra admettre la solution d'une question donnée dans l'énoncé pour résoudre les questions suivantes.
- Pour les applications numériques (AN), **seul un ordre de grandeur est demandé**.

Durée de l'examen : 3 heures et 30 minutes

This page is left blank intentionally

Prévention du botulisme (16 points)

2

1a P_{sat} et T_{eb}

P_{sat} = $P_{atm} = 10^5 Pa$ 1

T_{eb} = 100°C 1

C'ebullition se produit quand $P_{sat} = P_{atm}$ soit 100°C

1b Potosí (4000 m)

2

Bonus +1

1 ☒ Oui

☐ Non

Mais on est proche, il faut faire attention les jours où la pression atmospherique est basse

A l'altitude h la pression atmosphérique vaut $P_{atm} + ah$ $(a<0)$ et à cette pression l'ebullition se produit quand

$$P_{sat}(T) = P_{atm} + b\,\Delta T = P_{atm} + ah$$

avec $\Delta T = T'_{eb} - T_{100°C}$

1 $\Delta T = \frac{ah}{b} = \frac{-12 \cdot 4000}{5000} = -9{,}6\,°C$

$T'_{eb} = 90{,}4\,°C > 85\,°C$

2

1c P_{tot} et m_{vap}

0,5 P_{tot} = $P_{atm} + P_{sat}(27°C)$ AN : P_{tot} = 104 kPa 0,5

0,5 m_{vap} = $M \frac{P_{sat}(V - V_{eau})}{RT}$ AN : m_{vap} = $\frac{18 . 4.10^3 . 9.10^{-3}}{8 . 300} = 0,27g \ll 1kg$ 0,25 0,25

De l'eau va s'évaporer pour avoir $P_{H_2O} = P_{sat}(27°C)$

et $P_{tot} = P_{atm} + P_{sat}(27°C) = 100+4$ kPa

On considère la vapeur d'eau comme un gaz parfait $n = \frac{P_{sat}(V - V_{eau})}{RT}$ $m_{vap} = n.M$

3

1d T_1 et x_0

$T_1 - T_{eb} = \dfrac{(P_{lem} - P_{atm})T_0 - P_{atm}T_{eb}}{P_{atm} + bT_0}$	AN : $T_1 = 100 - \dfrac{73}{16} \approx 95°C < 100°C$
$x_0 = \dfrac{P_{air}}{P_{tot}} = \dfrac{P_{atm}}{P_{lem}} \cdot \dfrac{T_1}{T_0}$	AN : $x_0 = \gtrsim 0,5 \quad (0,61)$

0,25

0,25

P_{air} suit la loi des gaz parfaits $P_{air} = P_{atm}\dfrac{T}{T_0}$

$(T_0 = 300K)$

et la pression de vapeur d'eau

$$P_{sat} = P_{atm} + b(T - T_{eb}) \quad (T_{eb} = 100°C = 373K)$$

$$P_{tot} = P_{lem} = P_{atm}\frac{T_1}{T_0} + P_{atm} + b(T_1 - T_{eb})$$

$$P_{lem} = P_{atm}\frac{T_1 - T_{eb}}{T_0} + P_{atm}\frac{T_{eb}}{T_0} + P_{atm} + b(T_1 - T_{eb})$$

$$\Rightarrow T_1 - T_{eb} = \frac{(P_{lem} - P_{atm})T_0 - P_{atm}T_{eb}}{P_{atm} + bT_0}$$

$$x_0 = \frac{P_{air}}{P_{tot}} = \frac{P_{atm}}{P_{lem}}\frac{T_1}{T_0} = \frac{n_{air}}{n_{tot}} = \frac{n_{air}}{n_{air} + n_{H_2O}}$$

0,5

2

1e T_2

1 $T_2 = T_{eb} + \frac{P_{em} - P_{atm}}{b}$ AN : T_2 = 120°C 0,5

0,5 ☒ Oui

☐ Non

+1 bonus

mais même remarque que en 1b

La soupape est ouverte et $P_{tot} = P_{H_2O} = P_{em}$ (il n'y a plus d'air) soit

$P_{em} = P_{atm} + b\,\Delta T$ avec $\Delta T = T_2 - T_{eb}$ (100°C)

$\Rightarrow \Delta T = \frac{P_{em} - P_{atm}}{b} = \frac{2{,}10^5 - 10^5}{5000} = 20°C$

$T_2 = 120°C$

2

1f Température d'ébullition

Quand $P_{sat} = P_{tot} = P_{em}$ soit quand il n'y a plus d'air, à $T_2 = 120°C$

3

1g Accident

$\frac{m_{vap}}{m} = 1 - \exp\left(-\frac{C}{L}(T_2 - T_{el})\right)$ 2,5 AN : $\frac{m_{vap}}{m} = 4\,\%$ 0,5

On passe d'eau à 120°C à 100°C qu'il faut refroidir par évaporation en évaporant m_{vap}

on passe de $m_0 \rightarrow m_0 - m_{vap}$ d'eau liquide

et de $T_2 \longrightarrow T_{el} = 100°C$

Soit $m(T)$ la masse d'eau liquide et $m_v(T)$ la masse d'eau evaporée à la temperature T

quand on passe de T à T+dT (dT<0) on peut écrire le bilan $\underbrace{mC\,dT}_{<0} + \underbrace{L}_{>0}\,\underbrace{dm_v}_{>0} = 0$ (0,5)

$m_0 = m + m_v$ donc $dm = -dm_v$ (0,5)

$\Rightarrow \frac{dm}{m} = \frac{C}{L}\,dT$ on $\int_{m_0}^{m_0 - m_{vap}}$ et $\int_{T_2}^{T_{el}}$ (0,5)

$\Rightarrow \ln \frac{m_0 - m_{vap}}{m_0} = \frac{C}{L}(T_{el} - T_2)$

(0,5)

$\Rightarrow \frac{m_{vap}}{m_0} = 1 - \exp\left(-\frac{C}{L}(T_2 - T_{el})\right)$ $(C_{H_2O} = 1\,Cal/g/K)$

(0,5)

AN : $\frac{m_{vap}}{m_0} = 1 - e^{-\frac{1.20}{480}} = 1 - e^{-1/24} \simeq \frac{1}{24} \simeq 4\%$

1h Case supplémentaire. N'utiliser qu'en cas de nécessité.

On admettra aussi cette solution approchée

Bilan $(m-m_{vap})$ d'eau est passé de

T_2 à T_{el} qu'il a fallu refroidir par

évaporation. Bilan :

$$(m-m_{vap})\, c\, (T_{el}-T_2) + L\, m_{vap} = 0$$

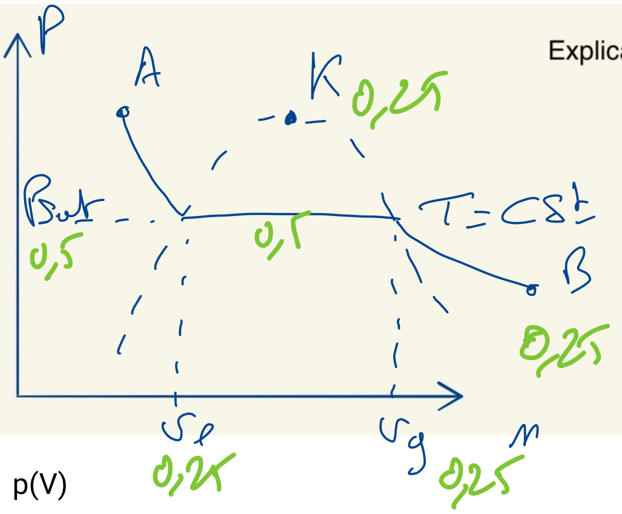
$$\Rightarrow \boxed{\frac{m_{vap}}{m} = \frac{c\,(T_2-T_{el})}{L+c\,(T_2-T_{el})}}$$

AN : $\frac{m_{vap}}{m} = \frac{1,20}{480+20} = 4\%$

Formule de Clapeyron (18 points + 2 points bonus)

2a p(V)

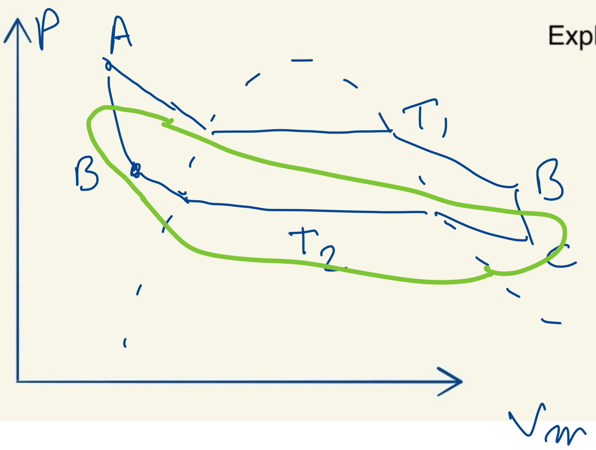
2



Explications :

2b p(V)

1



Explications :

2c Moteur ou résistant ?

1

- [x] Moteur 0,5
- [ ] Résistant

sens horaire 0,5

1

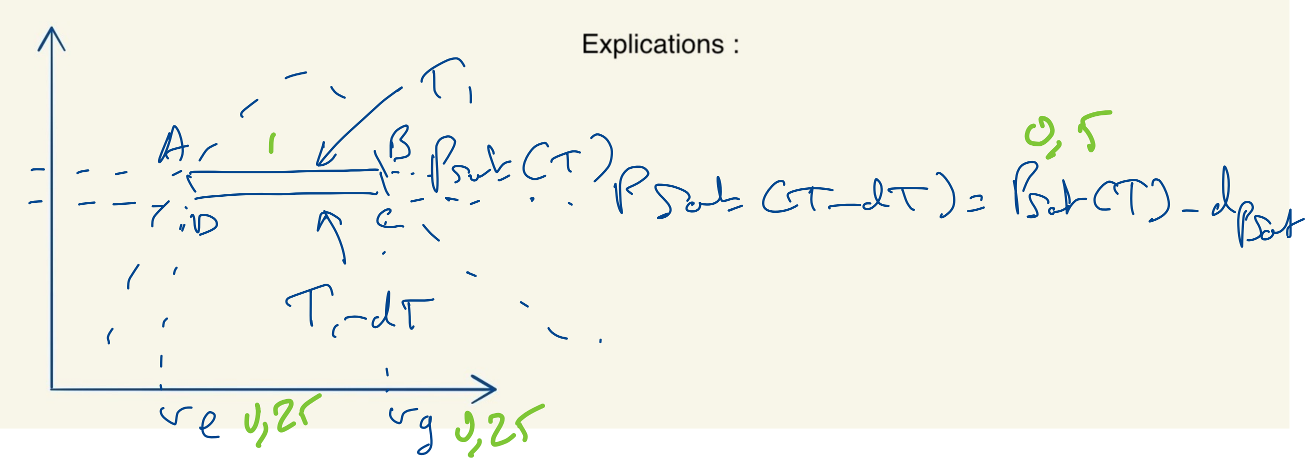
2d Cycle

$\eta = \eta_{max}$ 0,5 $= \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

C'est un cycle de Carnot, deux isothermes, deux adiabatiques réversible 0,5

2e p(V)

2



2f Chaleur latente L_{lg}

1

$L_{lg} = Q_{AB}$

$L_{lg} = \Delta H_{l,g}$ 0,5

Chaleur échangée à pression constante, ici c'est Q_{AB} 0,5

2g dW

2

$dW = -dp_{sat} \times (v_g - v_e)$ 1

$V_B \approx V_C$ et $V_D \approx V_A$ et en plus W_{BC} et W_{DA} sont des signes opposés 1

2

2h Formule de Clapeyron

$\eta = -\frac{dW}{Q_c} = \eta_{max} = \frac{dT}{T}$ /

donc $\frac{dT}{T} = \frac{dp_{sat}(v_g - v_e)}{L_{eg}}$

$\Rightarrow$ formule de Clapeyron

$L_{eg} = T(v_g - v_e)\frac{dP_{sat}}{dT}$ /

1

2i Validité pour les autres changements de phase

Toujours valide _ Même phenomène, P et T constants durant les transitions de phase
P_{sat} devient juste la pression à laquelle à lieu le changement de phase

2j Formule de Clausius-Clapeyron

2

$$\frac{dP_{sat}}{dT} = \frac{P_{sat} L}{R T^2}$$

$v_e \ll v_g$ 0,5 et $P_{sat} v_g = RT$ 0,5

$$L = \frac{dP_{sat}}{dT} T v_g = \frac{dP_{sat}}{dT} \frac{RT^2}{P_{sat}}$$ 1

$$\Rightarrow \frac{dP_{sat}}{dT} = \frac{P_{sat} L}{RT^2}$$

2k Formule de Rankine

2

$$\ln\left(\frac{P_{sat}(T)}{P_{sat}(T_0)}\right) = \frac{L_{vap}}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)$$

On intègre $\frac{dP_{sat}}{P_{sat}} = \frac{L}{R} \frac{dT}{T^2}$ 1

(L constant)

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{P_{sat}(T)}{P_{sat}(T_0)}\right) = -\frac{L_{vap}}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)$$ 1

1

2l Validité dans le cas de la sublimation

☒ Oui

☐ Non

On fait la même approximation
- gaz parfait
- $v_g \gg v_s$

2m Bonus : Cas de la fusion

+1

$P_{fus}(T) - P_{fus}(T_0) = \frac{\mathcal{L}_f}{v_e - v_g} \ln \frac{T}{T_0}$

$$dP_{sat} = \underbrace{\frac{\mathcal{L}_{fusion}}{v_e - v_g}}_{\text{Constant}} \frac{dT}{T}$$ 0,5

0,5

on intègre $P_{sat}(T) - P_{sat}(T_0) = \frac{\mathcal{L}_{fusion}}{v_e - v_g} \ln \frac{T}{T_0}$

2n Case supplémentaire. N’utiliser qu’en cas de nécessité.

Loi des gaz parfaits et lois de Joule (16 points + 1 point bonus)

3a Energie interne

1

dU = $TdS - pdV$

3b TdS

- [x] La quantité de chaleur, δQ_{rev}, échangée lors d'une transformation réversible
- [ ] La quantité de chaleur, δQ_{irr}, échangée lors d'une transformation irréversible
- [ ] L'excès de chaleur échangée, $\delta Q_{irr} - \delta Q_{rev}$, lors d'une évolution irréversible

1

$dS = \frac{\delta Q_{ech}}{T} + \delta S_{int}$ 0,5

réversible $\delta S_{int} = 0$ 0,5 $TdS = \delta Q_{ech} = \delta Q_{rev}$

3c dS(T,V)

dS = $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$ 0,5

1

TdS = $A\,dT + \ell\,dV$ 0,5

S(T,V) on écrit dS

3d dU

2

dU = $A\,dT + (\ell - p)\,dV$

On reporte dS dans l'expression de la quatrième

$$dU = T\,dS - p\,dV = A\,dT + \ell\,dV - p\,dV$$
$$= A\,dT + (\ell - p)\,dV$$

3e Capacité calorifique à volume constant, C_v

1

C_v a été défini comme $C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$

ici l'expression de $dU(T,V)$ montre

$A = C_v$

3f dF

dF = $-S\,dT - p\,dV$

1

$$F = U - TS$$
$$dF = dU - T\,dS - S\,dT$$
$$= S\,dT - p\,dV - T\,dS - S\,dT$$
$$= -S\,dT - p\,dV$$

3g Relation entre dérivées partielles de S et de P

$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

2

on utilise le lemme de Poincaré à partir de l'écriture de dF

$$\left(\frac{\partial(-S)}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial(-P)}{\partial T}\right)_V$$

3h Autre expression de l

$l = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

1

$$l = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \underbrace{T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}_{}$$

ne dépend que de l'équation d'état

(première relation de Clapeyron)

2

3i Lois de Joule

l-p = 0

Pour un gaz parfait $pV = nRT$

donc $l = T\left(\frac{\partial\left(\frac{nRT}{V}\right)}{\partial T}\right)_V = T\frac{nR}{V} = p$

$l - p = 0$ 1

$dU_{gp} = C_v\, dT + 0\, dV$ donc C_v

ne depend que de T

$dU_{gp} = C_v(T)\, dT$

et U_{gp} ne dépend que de T Première

Loi de Joule 0,5

$H = U + PV = U + nRT$ ne dépend que

de T, seconde Loi de Joule 0,5

$dH = (C_v(T) + nR)\, dT$

1

3j pV = f(T)

H et U ne dépendent que de T

$H = U + pV \Rightarrow pV = H - U$ ne dépend que de T

3k dS

1

$$dS = \frac{C_v(T)}{T} dT + \frac{f(T)}{VT} dV$$

$TdS = dU + pdV$ et $p = \frac{f(T)}{V}$

$dU = C_v dT \Rightarrow dS = \frac{C_v(T)}{T} dT + \frac{f(T)}{VT} dV$

3l Loi des gaz parfaits

2

On utilise le lemme de Poincaré à la réponse précédente

$$\underbrace{\left(\frac{\partial \frac{C_v(T)}{T}}{\partial V}\right)_T}_{=0} = \underbrace{\left(\frac{\partial \frac{f(T)}{VT}}{\partial T}\right)_V}_{= \frac{1}{V}\frac{\partial f(T)/T}{\partial T}} \quad 1$$

$$\Rightarrow \frac{d \frac{f(T)}{T}}{dT} = 0 \quad 1$$

$\Rightarrow \frac{f(T)}{T} = Cste = K \quad pV = KT$ loi des GP

+1

3m Bonus : Loi historique des gaz parfaits

K est une variable extensive proportionnelle à la taille du système. La loi d'Avogadro, dit que cette constante doit être proportionnelle à n et non m

3n Case supplémentaire. N'utiliser qu'en cas de nécessité.

donc $K = n \times Cst$ que l'on note R, $K = nR$

$\Rightarrow pV = nRT$